

TEST

RATTRAPAGE

Filière : GIN FA 23  
Promotion : 2023

Date du test : 14/10/2024

Nom/Prénom : PERENNOU Kaouant.

Groupe : GNR3, y 3

Matière : Physique nucléaire

Enseignants : OLLIVIER

Durée : 2 h

Documents autorisés : X

Calculatrice non programmable autorisée

Nombre de pages (y compris celle-ci) : 7

Validation du responsable de groupe pédagogique, Mme VINCENT Alexandra

Validé par mail le 04/10/2024

# PHYSIQUE NUCLÉAIRE – GIN FA 2023

Examen – 2 heures

## Introduction

- Cet examen comporte deux exercices indépendants
- Calculatrice autorisée
- Aucun document autorisé
- Il est fortement conseillé de lire l'ensemble du sujet avant de répondre aux questions
- Certaines données sont fournies en préambule ou en annexe, penser à s'y référer si nécessaire
- Ne pas répondre à une question n'empêche pas *nécessairement* de pouvoir répondre aux suivantes
- Enfin lors de la correction une attention toute particulière sera portée à la clarté et la concision de vos explications

## Données Générales

- Masse du proton :  $m_p = 1,007\,276\text{ u} = 938,272\text{ MeV} \cdot c^{-2} = 1,672\,622 \times 10^{-27}\text{ kg}$
- Masse du neutron :  $m_n = 1,008\,665\text{ u} = 939,565\text{ MeV} \cdot c^{-2} = 1,674\,93 \times 10^{-27}\text{ kg}$
- Masse de l'électron :  $m_e = 0,000\,548\,58\text{ u} = 0,511\text{ MeV} \cdot c^{-2} = 9,109 \times 10^{-31}\text{ kg}$
- L'unité de masse atomique :  $1\text{ u} = 931,494\text{ MeV} \cdot c^{-2} = 1,660\,538 \times 10^{-27}\text{ kg}$
- L'électron-Volt :  $1\text{ eV} = 1,602\,176 \times 10^{-19}\text{ J}$
- Charge élémentaire :  $e = 1,602\,176 \times 10^{-19}\text{ C}$
- Vitesse de la lumière dans le vide :  $c = 299\,792\,458\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- Nombre d'Avogadro :  $N_A = 6,022\,141 \times 10^{23}\text{ mol}^{-1}$
- Constante de Planck :  $h = 6,626\,070\,04 \times 10^{-34}\text{ J} \cdot \text{s}$
- Unités d'activité radioactive :  $1\text{ Ci} = 3,7 \times 10^{10}\text{ Bq}$
- Masse de la particule  $\alpha$  :  $m_\alpha = 4,001\,505\,99\text{ u} = 3727,3788\text{ MeV} \cdot c^{-2} = 6,645 \times 10^{-27}\text{ kg}$
- Il est rappelé que la masse molaire d'un atome, exprimée en  $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ , est égale à son nombre de masse

# 1 De l'utilité des éléments U et Pb en géochronologie

La datation des roches à partir des propriétés radioactives des isotopes contenus dans ces roches a permis notamment d'évaluer l'âge de la Terre de manière précise et fiable. Différents isotopes sont analysés suivant les périodes géologiques visées, et parmi ces éléments on retrouve les isotopes de l'uranium et du plomb. Notamment, deux chaînes de désintégrations radioactives sont communément utilisées en géochronologie :



Isotope	${}_{82}^{206}\text{Pb}$	${}_{92}^{238}\text{U}$
Masse atomique (u)	205,974 465 2	238,050 786 9
$\lambda$ (an <sup>-1</sup> )	(Stable)	$\lambda_{238} = 1,551\,25 \times 10^{-10}$

**Tableau 1** – Masses atomiques et constantes de désintégration radioactive de quelques isotopes.

1. Dans les minéraux présents sur Terre, les chaînes de désintégrations radioactives  ${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow {}_{82}^{206}\text{Pb}$  et  ${}_{92}^{235}\text{U} \rightarrow {}_{82}^{207}\text{Pb}$  sont à l'équilibre séculaire. Définir ce qu'est un équilibre séculaire. Quelles sont les conditions nécessaires pour qu'une chaîne de désintégration radioactive soit dans un équilibre séculaire ?
2. En supposant qu'il ne peut y avoir que des désintégrations de type  $\alpha$  et  $\beta^-$ , écrire l'équation bilan des deux chaînes de désintégrations radioactives  ${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow {}_{82}^{206}\text{Pb}$  et  ${}_{92}^{235}\text{U} \rightarrow {}_{82}^{207}\text{Pb}$ .

Dans la suite de l'exercice nous nous intéresserons uniquement à la chaîne de désintégration  ${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow {}_{82}^{206}\text{Pb}$ .

3. Pour cette équation bilan, calculer la chaleur de réaction  $Q$ . Exprimer votre résultat en MeV. Pour les applications numériques, vous référer au Tableau 1 ainsi qu'aux données en préambule.
4. L'isotope  ${}_{82}^{206}\text{Pb}$  étant stable, démontrer que pour un échantillon de roche il est possible d'écrire l'Équation 3 où  ${}^{206}\text{Pb}(\text{actuel})$  représente la quantité de noyaux de  ${}_{82}^{206}\text{Pb}$  actuellement et  ${}^{238}\text{U}(\text{actuel})$  représente la quantité de noyaux de  ${}_{92}^{238}\text{U}$  actuellement.

$${}^{206}\text{Pb}(\text{actuel}) = {}^{206}\text{Pb}(t = 0) + {}^{238}\text{U}(\text{actuel}) \times (\exp(\lambda_{238} \times t) - 1) \quad (3)$$

En première approximation, on peut considérer que :

$${}^{206}\text{Pb}(t = 0) = 0 \quad (4)$$

C'est-à-dire que la roche-mère ne contenait pas cet isotope à l'instant initial.

5. Extraire  $t$  de l'Équation 3 en tenant compte de l'hypothèse présentée Équation 4.

6. D'après les travaux de A. COCHERIE *et al.* publiés en 2004 dans les Comptes Rendus de Géosciences le rapport en nombre de noyaux  $\frac{^{206}\text{Pb}}{^{238}\text{U}}$  d'un granit trouvé à Soultz dans le Fossé Rhéna est 0,04399. Calculer l'âge approximatif de cette roche.

## 2 L'effet Compton inverse

En 2012 lors du « 11<sup>e</sup> Colloque sur les Sources Cohérentes et Incohérentes UV, V-UV et X; Applications et Développements Récents », Dr. I. CHAIKOVSKA et ses collaborateurs de l'Université Paris-Sud 11 et de l'Université de Bordeaux ont communiqué sur les résultats de leurs recherches lors d'une présentation intitulée : « Génération d'un faisceau polarisé gamma à très haut flux par diffusion Compton : l'expérience Mighty Laser ».

### 2.1 Accélération

Les travaux de I. CHAIKOVSKA *et al.* se sont déroulés auprès de l'accélérateur de particules « Accelerator Test Facility » du Laboratoire national de physique des hautes énergies, ou *Kō Enerugi Kasokuki Kenkyū Kikō*, situé à Tsukuba au Japon. Cet accélérateur de particules est dédié aux tests des appareillages susceptibles d'être utilisés sur de plus gros accélérateurs, d'où son nom. Un plan général de cet accélérateur est présenté Figure 1.

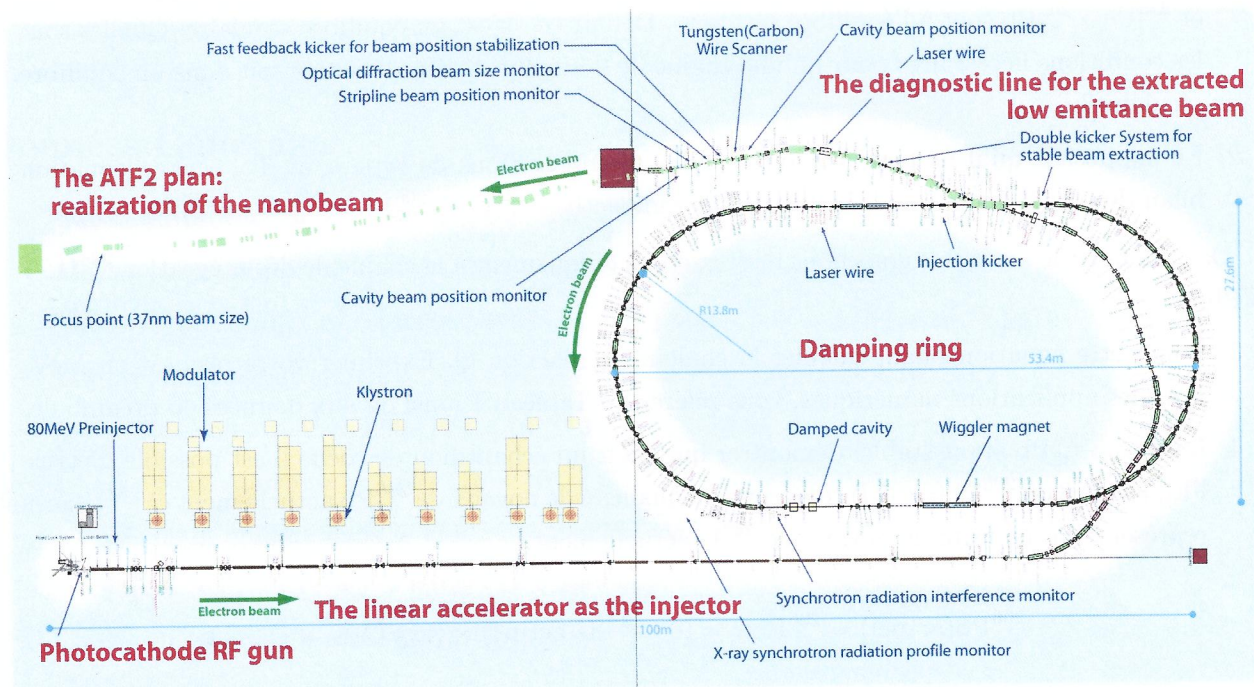


Figure 1 – Schéma représentatif de l'accélérateur ATF du laboratoire KEK, Japon.

1. Quelles particules chargées sont accélérées dans l'ATF ?
2. Donner l'équation de la force mise en œuvre pour accélérer et dévier la trajectoire de particules chargées électriquement. Définir chacun des termes de cette équation.

3. Réaliser un schéma simplifié de l'ATF en 4 blocs. Nommer ces blocs et définir *de manière très concise* leurs rôles respectifs.

L'accélérateur ATF permet d'obtenir des particules chargées d'une énergie totale  $E_T = 1,28 \text{ GeV}$ .

4. En vous plaçant de le cadre de la théorie de la relativité restreinte, démontrer que l'énergie au repos des particules utilisées dans l'ATF est négligeable devant leur énergie totale.
5. D'après la théorie de la relativité restreinte, la vitesse d'un objet connaissant son énergie cinétique est donnée par l'Équation 5, avec  $v$  la vitesse de l'objet considéré,  $c$  la vitesse de propagation de l'onde électromagnétique dans le vide,  $m_0$  la masse au repos de l'objet considéré,  $E_c$  l'énergie cinétique de l'objet considéré. Calculer la vitesse des particules accélérées dans l'ATF. Exprimer votre résultat en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

$$v = c \times \sqrt{1 - \left( \frac{m_0 \times c^2}{E_c + m_0 \times c^2} \right)^2} \quad (5)$$

6. En vous aidant de la grandeur adimensionnée  $\beta = \frac{v}{c}$ , démontrer pourquoi il faut prendre en compte les effets de la relativité restreinte dans les calculs précédents et ne pas se limiter aux équations issues de la mécanique newtonienne.

## 2.2 Interaction(s)

### 2.2.1 Source

L'accélérateur ATF utilise comme source de particules chargées un canon Radio-Fréquence (RF) muni d'une photo-cathode en tellure de césium  $\text{Ce}_2\text{Te}$ . On retrouve dans cette source :

- Une source RF composée d'un laser de lumière pulsé
- Une photocathode en  $\text{Ce}_2\text{Te}$
- Une anode percée séparée de la cathode par une tension d'accélération de plusieurs kV

7. Proposer un schéma de cette source.
8. D'après vos connaissances, quel mécanisme/phénomène physique peut être à l'origine de l'émission des particules mises en œuvre dans l'ATF ? Définir en un paragraphe ce phénomène.

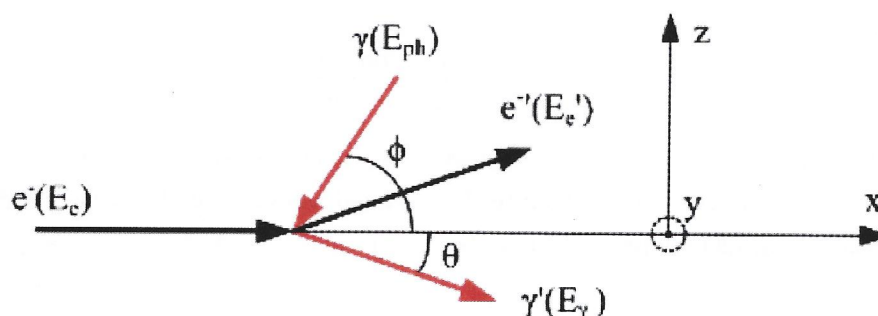
### 2.2.2 Cible

Une fois les particules éjectées du canon et accélérées, le flux généré va être mis en forme de telle manière à être focalisé sur une section de  $70 \times 7 \text{ } \mu\text{m}$ . C'est ce faisceau de particules qui est utilisé dans l'expérience Mighty Laser de I. CHAIKOVSKA *et al.*. Cette expérience s'inscrit dans le cadre des recherches ayant pour but de fabriquer des sources de rayonnements électromagnétiques puissants et contrôlés. En effet, l'imagerie médicale, la radiothérapie, la coronarographie ainsi que l'étude d'œuvres d'art nécessitent des rayons X d'une énergie allant d'une dizaine de keV à 100 keV alors que la gestion des déchets nucléaires et leur surveillance requièrent des rayons  $\gamma$  de quelques MeV.

La solution proposée par l'expérience Mighty Laser est d'utiliser le phénomène dit de diffusion Compton inverse.

9. Lister les objets impliqués dans la diffusion Compton « directe », telle que vue en cours. Vous distinguerez l'état initial de l'état final.
10. Établir le bilan énergétique de la diffusion Compton « directe ».
11. Dans la diffusion Compton « directe », qui cède de l'énergie à qui ?

La diffusion Compton inverse est la diffusion inélastique d'un électron en mouvement sur un photon. Celle-ci peut être modélisée à partir du schéma présenté en Figure 2, extrait de la communication de I. CHAIKOVSKA *et al.* Dans ce cas précis, un transfert d'énergie de l'électron vers le photon est possible. Cela fait de ce phénomène particulier d'interaction rayonnement-matière le seul processus physique permettant de faire passer l'énergie d'un photon de 1 eV (laser infrarouge) à plusieurs keV voir GeV.



**Figure 2** – Schéma de la diffusion Compton inverse d'un électron d'énergie  $E_e$  sur un photon  $\gamma$  d'énergie  $E_{ph}$  avec un angle d'interaction  $\phi$ . Le photon  $\gamma'$  diffusé avec un angle  $\theta$  possède une énergie  $E_{\gamma}$ .

La modélisation de l'effet Compton inverse nécessite d'écrire les lois de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement dans le formalisme de Lorentz, faisant intervenir la relativité restreinte et les quadrivecteurs énergie-impulsion (notions non abordées en cours de physique nucléaire) du fait de la nécessité de tenir compte à la fois du référentiel du photon et de celui de l'électron en mouvement. Néanmoins, l'un des résultats de cette modélisation est l'Équation 6 qui permet de calculer la fréquence  $\nu'$  du photon après diffusion Compton inverse connaissant : (i) la fréquence  $\nu$  du photon incident, (ii) le facteur de Lorentz  $\gamma$  associé à l'électron mis en jeu, (iii) la grandeur  $\beta = \frac{v}{c}$  liée à l'électron et (iv) l'angle d'incidence  $\phi$  tel que défini Figure 2. Dans le cas de l'expérience Mighty Laser, les photons utilisés sont issus d'un laser Nd :YAG qui fournit un rayonnement électromagnétique de longueur d'onde  $\lambda = 1032$  nm.

$$\nu' = \nu\gamma(1 - \beta \times \cos \phi) \quad (6)$$

12. Calculer pour les deux angles de diffusion limite les fréquences des photons après diffusion Compton inverse, dans les conditions de l'expérience Mighty Laser.
13. Finalement, I. CHAIKOVSKA *et al.* ont-ils réussi à augmenter l'énergie des photons ? De combien ?
14. **Question non notée, même pas en bonus.** Le phénomène de diffusion Compton inverse est observé à l'état naturel. Où ?



Exercice 1).

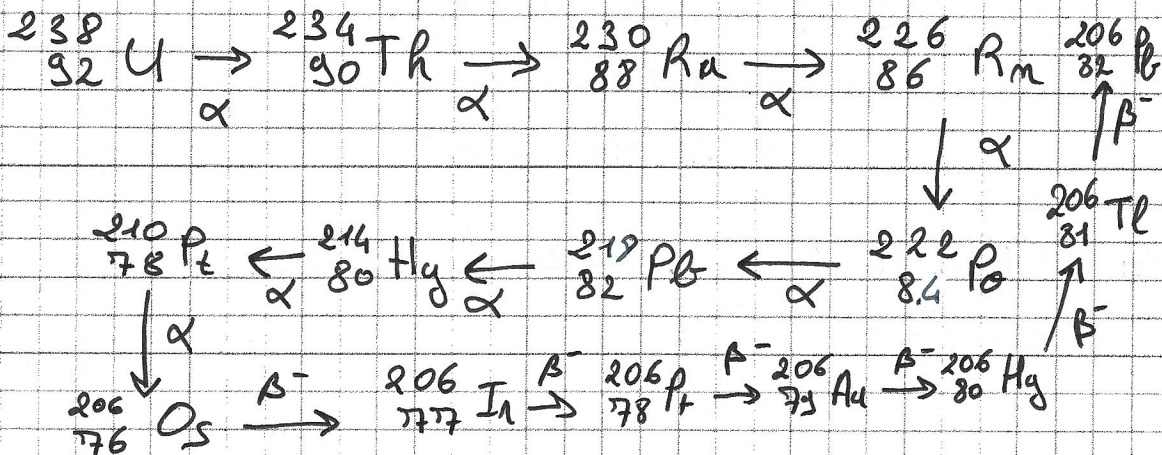
1) Un équilibre séculaire est un point d'équilibre constant entre les isotopes produit et détruit dans une chaîne, en résulte une proportion constante des isotopes dans la chaîne. Pour que cela se produise les fils doivent avoir des une période radioactive beaucoup plus courte que leurs pères.

2)



• il faut perdre 10 protons - 8α ; gagner 6 neutrons  $\Rightarrow 6\beta^-$   
 • il faut perdre 32 nucléon  $\Rightarrow 8\alpha$ .  
 (plus probable pour les lourds)

donc



Vous ne pouvez pas connaître l'ordre ici. C'est pourquoi je de mon côté l'équation bilan

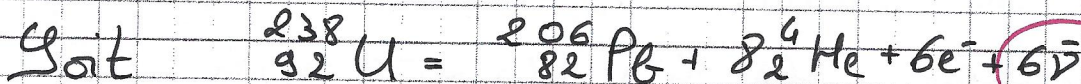
Soit, au bilan :



Sur le même cheminement :



3)



$$Q = (\text{Débit} - \text{Fin}) c^2$$

$\left\langle \begin{matrix} \leftarrow \\ \rightarrow \end{matrix} \right\rangle m$

$$= (M_{\text{may}} {}_{92}^{238}\text{U} - M_{\text{may}} {}_{82}^{206}\text{Pb} - 8M_{\alpha} - 6M_{e^-}) c^2$$

Soit en négligeant les énergies de liaison des électrons :

$$= (M_{\text{at}} {}_{92}^{238}\text{U} - 92M_{e^-} - M_{\text{at}} {}_{82}^{206}\text{Pb} + 82M_{e^-} - 8M_{\alpha} - 6M_{e^-}) c^2$$

$$= (M_{\text{at}} {}_{92}^{238}\text{U} - M_{\text{at}} {}_{82}^{206}\text{Pb} - 8M_{\alpha} - 16M_{e^-}) c^2$$

$$\approx 0,034 \text{ MeV. } (\approx 0,067 \text{ u de masse}).$$

$51,70 \text{ KeV}$

négligé je suppose.

4.)

Écrivons le bilan pour Pb.

perte :  $^{206}_{82}\text{Pb}$  est stable il n'y a pas de perte.

ok

gain :  $^{206}_{82}\text{Pb}$  est produit par un équilibre séculaire, nul besoin de l'équation de Bateman, on peut négliger les intermédiaires grâce à l'équilibre soit :  $+ \lambda_{238} N_{238}^{(+)} dt$   
donc le bilan

$$dN_{\text{Pb}}^{(+)} = - 0 \cdot dt + \lambda_{238} N_{238}^{(+)} dt$$

$$\frac{dN_{\text{Pb}}^{(+)}}{dt} = \lambda_{238} N_{238}^{(+)}(t)$$

Sur le même chemin pour  $^{238}\text{U}$  :

perte :  $\lambda_{238} N_{238}^{(+)} dt$

gain : nul

Soit

$$dN_{238}^{(+)} = - \lambda_{238} N_{238}^{(+)} dt$$

$$\frac{dN_{238}^{(+)}}{dt} = - \lambda_{238} N_{238}^{(+)}(t)$$

Soit

$$N_{238}^{(+)}(t) = C e^{-\lambda_{238} t}$$

bien  
mais vous  
vous compliquez  
la tâche  
...

$$N_{238}(0) = C \times 1$$

Soit

$$N_{238}(t) = N_{238}(0) e^{-\lambda_{238} t}$$

donc

$$\frac{dN_{Pb}(t)}{dt} = \lambda_{238} \underbrace{N_{238}(0)}_{N_{238}(t)}$$

Soit

$$N_{Pb}(t) = C_1 - N_{238}(0) e^{-\lambda_{238} t}$$

$$N_{Pb}(0) = C_1 - N_{238}(0)$$

Soit  $C_1 = N_{Pb}(0) + N_{238}(0)$

donc

$$N_{Pb}(t) = N_{Pb}(0) + N_{238}(0) - N_{238}(0) e^{-\lambda_{238} t}$$

$$= N_{Pb}(0) + N_{238}(0) (1 - e^{-\lambda_{238} t})$$

on multiplie par  $\frac{e^{-\lambda_{238} t}}{e^{-\lambda_{238} t}}$  ↑ ici

Soit

$$N_{Pb}(t) = N_{Pb}(0) + N_{238}(0) e^{-\lambda_{238} t} \times \left( \frac{1 - e^{-\lambda_{238} t}}{e^{-\lambda_{238} t}} \right)$$

Donc

$$N_{Pb}(t) = N_{Pb}(0) + N_{238}(t) \times (e^{\lambda_{238} t} - 1)$$

C Q F D. ✓

5) soit  $N_{P\beta}(0) = 0$

donc

$$N_{P\beta}(t) = N_{238}(t) (e^{\lambda_{238} t} - 1)$$

$$\frac{N_{P\beta}(t)}{N_{238}(t)} + 1 = e^{\lambda_{238} t}$$

$$\lambda_{238} t = \ln \left( \frac{N_{P\beta}(t)}{N_{238}(t)} + 1 \right)$$

et

donc

$$t = \frac{1}{\lambda_{238}} \ln \left( \frac{N_{P\beta}(t)}{N_{238}(t)} + 1 \right)$$

6)

avec  $\lambda$  en année :

$$t = 27777741360 \text{ années}$$

$$\approx 2777 \text{ millions d'années.}$$

### Exercice 2)

1)

1) Comme le suggère «electron beam» ou le schéma, l'ATF accélère des électrons.

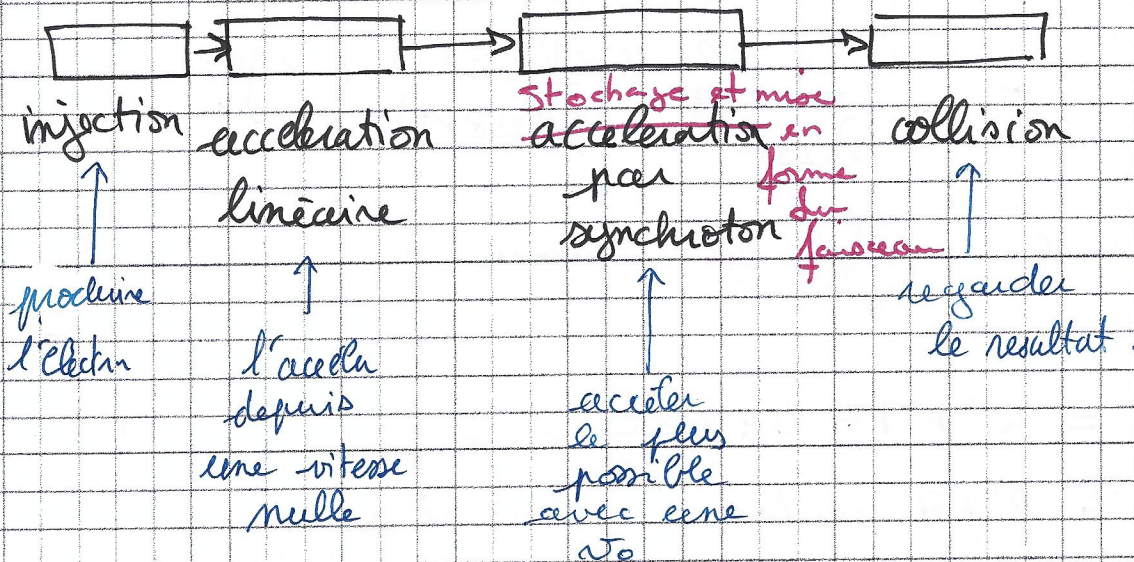
oui...

2) La force à l'œuvre est la force de Lorentz retrouvable à partir des équations de Maxwell :

$$\vec{F}_{\text{Lorentz}} = q (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

$\vec{F}_{\text{Lorentz}}$  ← force  
 $q$  ← charge  
 $\vec{E}$  ← champ électrique  
 $\vec{v}$  ← vitesse  
 $\vec{B}$  ← champ magnétique

3)



4)

$$\frac{E}{E_0} = \frac{\gamma E_p}{E_0} = \gamma = 2504832 \gg 1$$

~~$\vec{E} = E_0 + E_c$~~   
 ~~$E_0 \gamma = E_0 + E_c$~~

donc  $E_0$  est largement négligeable au regard du facteur de Lorentz.

5)

$$E_T = E_0 + E_c$$

$E_0$  est négligeable  
donc

$$E_T \approx E_c = 1,286 \text{ eV} = 2,04 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$m_0 = m_{e^-} = 9,106 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$c = 299\,792\,458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Or

$$v = c \times \sqrt{1 - \left( \frac{m_0 c^2}{E_c + m_0 c^2} \right)^2}$$

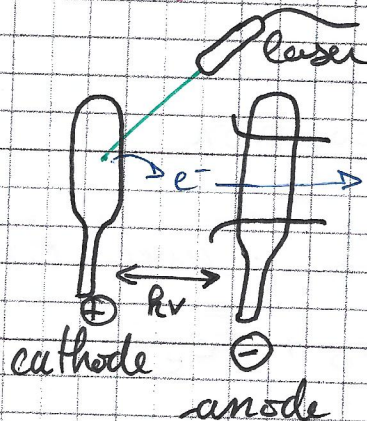
$$\approx 299\,792\,433 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \approx c \cdot 99,99\%$$

6)

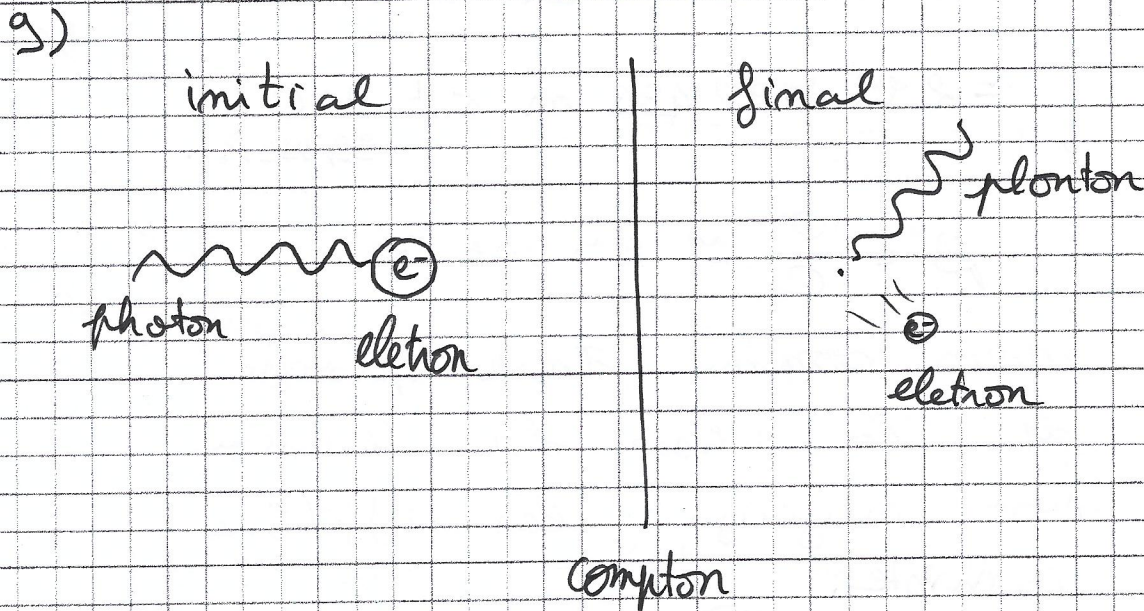
$$\beta = \frac{v}{c} \approx 99,99\%$$

Nous sommes trop proche  
de la vitesse la lumière  
pour négliger les effets  
relativistes.

7)



8) ~~L'effet~~  
 de phénomène à l'œuvre et l'effet photoélectrique. Le laser envoie des photons de haute énergie capable d'exciter suffisamment les électrons pour qu'il quitte la matière, ici  $Ce_2Te$ .



10)

$\Delta E = 0$  conservation

$E_i = E_{\gamma} + E_{e_0}$  avec  $E_{\gamma'} < E_{\gamma}$

$E_f = E_{\gamma'} + E_{e_0} + E_{ce}$

bit

$E_{\gamma} + E_{e_0} = E_{\gamma'} + E_{e_0} + E_{ce}$

$\hookrightarrow E_{\gamma} - E_{\gamma'} = E_{ce}$ .

11) Dans la diffusion Compton direct le photon incident transmet de l'énergie à un électron, il perd alors en énergie tandis que l'électron prend ~~en~~ excitation.  $E_{\text{cinétique}}$

12) 
$$\nu = \frac{c}{\lambda} = 2,9 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\beta \approx 1$$

$$\gamma = \frac{\delta E_0}{E_0} = \frac{E}{E_0} = 2504892$$

non

$$\Phi = 0 \quad \cos(\Phi) = 1$$

$$\nu = 0 \text{ Hz}$$

non

$$\Phi = \frac{\pi}{2} \quad \cos(\Phi) = 0$$

$$\nu' = \nu \delta = 7,26 \times 10^{17} \text{ Hz}$$

13) 
$$\alpha \approx 10^6$$

$$\frac{E'}{E} \approx 25 \cdot 10^3$$