

TEST
 RATTRAPAGE

Filière : GIN FA 23
Promotion : 2023

Date du test : 04/02/2025

Nom/Prénom : PERENNOU Keont

Groupe : 3 .

Matière : Mécanique du solide

Enseignant : CONSTANT

Durée : 2 h

Documents autorisés : X

Calculatrice non programmable autorisée

Nombre de pages (y compris celle-ci) : 7

Validation du responsable de groupe pédagogique, Mr GOUTOURBE Grégory

Validé par mail le 14/01/2025

Durée totale de l'évaluation : 2 heures. Pas de documents autorisés.

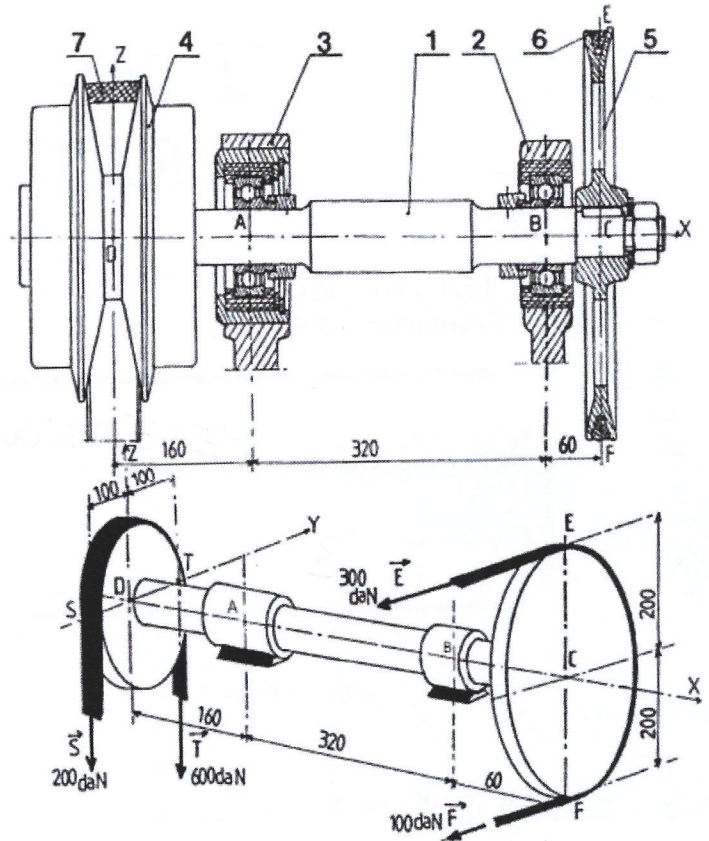
Statique (~1 heure) : (10 points)

L'objectif est de dimensionner les roulements d'un arbre de renvoi :

Les poulies 4 et 5 sont solidaires de l'arbre de renvoi 1. L'arbre est guidé en rotation par l'intermédiaire des paliers 3 (liaison rotule de centre A) et 2 (liaison linéaire annulaire de centre B et d'axe x) équipés de roulement à billes étanches.

Les actions de tension exercées par la courroie 6 sur la poulie 5 sont schématisées par les forces en E (300 daN) et en F (100 daN).

Les actions de tension exercées par la courroie 7 sur la poulie 4 sont schématisées par les forces en S (200 daN) et en T (600 daN).



On travaille dans le repère $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$

- . Représenter sur votre document réponse le graphe des liaisons (voir figure 1) et le compléter. **1,5 pts**
- . Faire le bilan des actions mécaniques extérieures qui s'appliquent aux solides 1+4+5 "arbre + poulies" (qui sont liés). Les actions seront modélisées sous forme de torseur en leur point d'application (A, B, E, F, S, T) **3 pts**
- . Ecrire tous les torseurs au point A. **2,5 pts**
- . En appliquant le PFS au système, écrire les équations de la statique. **1 pts**
- . Résoudre les équations et déterminer les actions exercées en A et B sur les deux paliers. **2 pts**

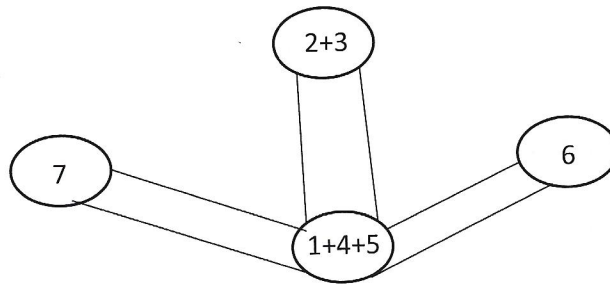


Figure 1 :

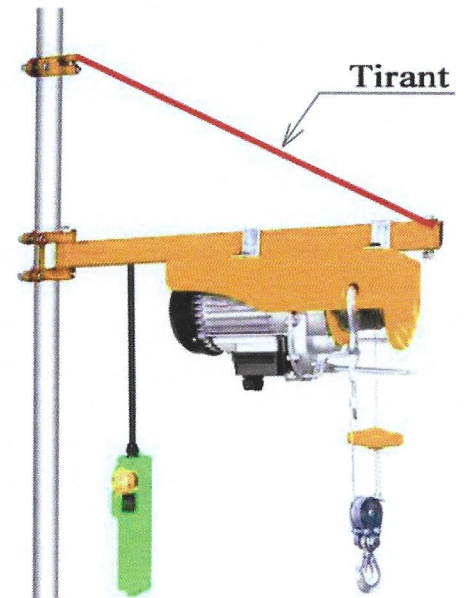
RDM (~1 heure) :

EXERCICE 1 (2,5 points) :

Un tirant de potence pour palan électrique de diamètre $d = 25$ mm et de longueur $L = 5$ mètres est soumis à une force qui l'allonge de 3 mm. Le tirant est en acier, de module d'élasticité $E = 210\,000$ MPa.

On donne les résistances élastiques des matériaux suivants :

| Résistance élastique en traction de matériaux usuels | | |
|--|---------------------------|---------------|
| Matière | Nuance | R_e (MPa) |
| Alliage d'aluminium | Série 1000 à série 7000 | 90 à 470 |
| Acier faiblement allié trempé | 30 Cr Ni Mo 16 (30 CND 8) | 700 à 1 450 |
| Acier de construction usuel non allié | S235 à S355 | 235 à 355 |
| Alliage de titane | TA6V (Ti-6Al-4V) | 900 |
| Fibre de verre | | 2500 à 3200 |
| Bois lamellé-collé | GL24 à GL32 | 24 à 32 |
| Composites Fibre/matrice | Verre ou carbone | 1 000 à 1 800 |
| Polypropylène | | 12 à 43 |



Travail demandé :

- 1- A quelle sollicitation est soumis le tirant ? (justifier)
- 2- Calculer la contrainte dans le tirant.
- 3- On désire un coefficient de sécurité de 2. Quel matériau doit-on choisir pour la fabrication du tirant ? Justifier.
- 4- Quelle est la force dans le tirant ?
- 5- Les caractéristiques de l'AU4G (alliage d'aluminium) sont $E = 75$ GPa et $R_e = 250$ MPa.

Pour des raisons de poids, on envisage un tirant en aluminium AU4G :

Quelle est la contrainte dans le tirant ?

Quel est l'allongement du tirant ? Qu'en concluez-vous ?

EXERCICE 2

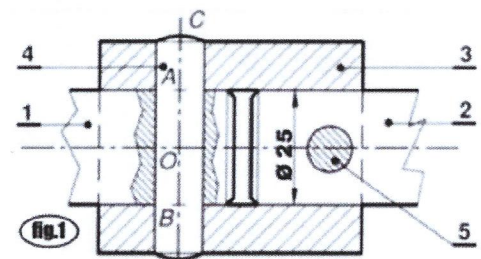
On propose l'accouplement rigide ci-contre. La transmission du couple moteur entre l'arbre 1 et l'arbre 2 se fait par l'intermédiaire d'un manchon rigide 3 associé à 2 goupilles cannelées 4 et 5.

L'arbre 1 exerce un couple de 24 N.m

Les forces radiales en A et B sont de 1900 N

Le manchon 3 est réalisé en acier S275 de Résistance élastique 275 MPa (avec $R_g \cong 0.5.R_e$)

Les goupilles 4 et 5 sont en acier dur 42 CR Mo4 de Résistance élastique 850 MPa ((avec $R_g \cong 0.8.R_e$))



Les goupilles 4 et 5 sont normalisées :

Tableau de dimensions des goupilles cannelées

| D | L | d | L |
|-----|---|----|---|
| 1,5 | 8-10-12-14-16-18-20 | 6 | 14-16-18-20-22-24-26-28-30-32-35-40-45-55-60-65 |
| 2 | 8-10-12-14-16-18-20-22-24-26-28-30 | 8 | 14-16-18-20-22-24-26-28-30-32-35 |
| 2,5 | 10-12-14-16-18-20-22-24-26-28-30 | 10 | 40-45-50-60-65-70-75-80-85-90-95 |
| 3 | 10-12-14-16-18-20-24-26-28-30-32-35-40 | 12 | 100 |
| 4 | 10-12-14-16-18-20-24-26-28-30-32-35-40-45-50-55 | 16 | |
| 5 | 14-16-18-20-24-26-28-30-32-35-40-45-50-55-60 | 20 | |

Travail demandé

Partie A : goupille (2,5 points)

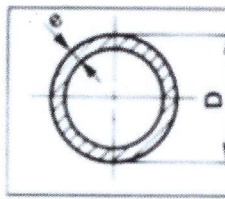
Si on ne considère que la goupille 4 :

- 1) A quelle sollicitation est-elle soumise ?
- 2) Identifier la ou les sections sollicitées.
- 3) Après avoir calculé la résistance au glissement R_g de la goupille, calculer le diamètre minimum nécessaire pour que la goupille ne se déforme pas plastiquement.
- 4) En déduire le diamètre normalisé de la goupille à utiliser si on désire un coefficient de sécurité de 2.

Partie B : Manchon (2,5 points)

- 5) A quelle sollicitation est soumis le manchon
- 6) Calculer R_{pg} du manchon sachant que le coefficient de sécurité est de 2
- 7) Sachant que le diamètre extérieur du manchon $D = 28$ mm, calculer la valeur mini du Moment quadratique par rapport au centre de la surface du manchon.
- 8) On donne ci-après le tableau des dimensions des tubes ronds en S275, déterminer la valeur de l'épaisseur de tube à choisir.

Tableau de dimensions des tubes ronds laminés à chaud (Extrait)



| D | e | D | e | D | e | D | e | D | e |
|----|-------------|----|-----------------------|----|-------------------------|----|-----------------------------|----|-------------------------------|
| 10 | 1-1,2 | 18 | 1-1,2-1,5-2 | 28 | 1-1,2-1,5-2-2,5-3-3,5 | 38 | 1-1,2-1,5-2-2,5-3-3,5-4 | 55 | 1-1,2-1,5-2-2,5-3-3,5-4-5-6 |
| 12 | 1-1,2-1,5 | 20 | 1-1,2-1,5-2-2,5-3 | 30 | 1-1,2-1,5-2-2,5-3-3,5 | 40 | 1-1,2-1,5-2-2,5-3-3,5-4 | 60 | 1-1,2-1,5-2-2,5-3-3,5-4-5-6 |
| 14 | 1-1,2-1,5-2 | 22 | 1-1,2-1,5-2-2,5-3 | 32 | 1-1,2-1,5-2-2,5-3-3,5-4 | 45 | 1-1,2-1,5-2-2,5-3-3,5-4-5 | 70 | 1-1,2-1,5-2-2,5-3-3,5-4-5-6-7 |
| 16 | 1-1,2-1,5-2 | 25 | 1-1,2-1,5-2-2,5-3-3,5 | 35 | 1-1,2-1,5-2-2,5-3-3,5-4 | 50 | 1-1,2-1,5-2-2,5-3-3,5-4-5-6 | 80 | 1-1,2-1,5-2-2,5-3-3,5-4-5-6-7 |

Matière : S275

Exemple de désignation : Tube 20 -1 NF A 49-643

EXERCICE 3 (2,5 points)

Comme constaté lors du match de coupe du Monde à Saint-Etienne Australie-Fidji, l'effort généré par le vent entraîne un déplacement significatif des poteaux. Nous allons étudier la sollicitation et ce déplacement.

Les poteaux sont en tube d'acier ($E=210$ GPa) de 102×92 mm

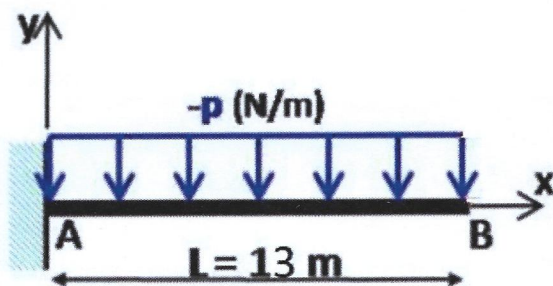
La force générée par un vent de 60km/h est de 273 N.

Nous supposons avoir un encastrement au niveau de la barre transversale. Nous approximations la hauteur du poteau au-dessus de la barre à 13m .

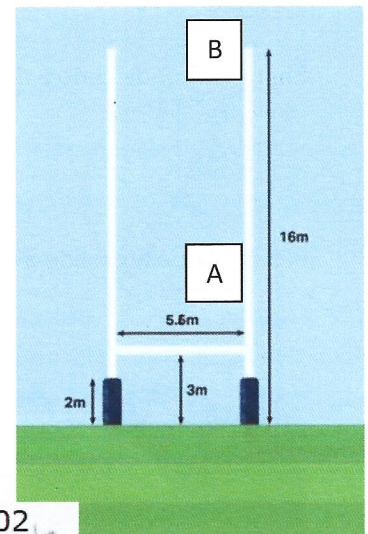
Nous modélisons la poutre selon le schéma ci-dessous :

Attention, le poteau, vertical, est représenté horizontalement.

Poutre encastree en A soumise à une charge répartie ($p = 21\text{N/m}$) orientée suivant l'axe $\vec{-y}$.



Section du tube (mm)



1) On donne ci-contre les diagrammes des efforts intérieurs de la poutre avec $R_A = p \cdot L$ et $M_A = (p \cdot L^2)/2$

En déduire la sollicitation de la poutre.

2) Ecrire le torseur de cohésion de la poutre au point A puis celui au point B. (faites les calculs en précisant les unités)

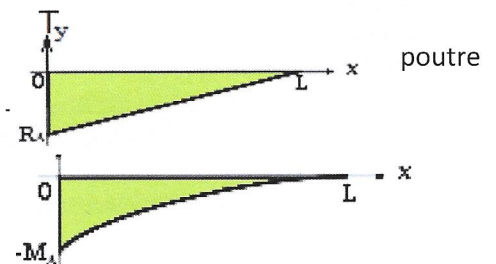
3) En déduire la contrainte maximale dans la poutre.

4) Sachant que la poutre est en acier de résistance élastique $R_e = 250$ MPa, en déduire le coefficient de sécurité de la poutre.

5) La flèche est donnée par la formule ci-contre : q =charge répartie et I le moment quadratique en G suivant z (I_{Gz})

Calculer le déplacement du poteau à son extrémité sous l'effort d'un vent de 60km/h

Quel serait ce déplacement si on utilise des poteaux de même section, en aluminium ($E= 70$ GPa) ?



$$f_{\max} = \frac{-qL^4}{8EI}$$

Formulaire

Statique

Changement de centre de réduction du torseur $\left\{ \begin{matrix} \overrightarrow{R_{1/2}} \\ \overrightarrow{M_{A1/2}} \end{matrix} \right\}$ du point A au point B :

$$\text{Relation : } \overrightarrow{M_B(R_{1/2})} = \overrightarrow{M_A(R_{1/2})} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{R_{1/2}}$$

PFS appliqué au solide S : La somme des torseurs (tous écrits en un même point I) est égale au torseur nul :

$$\sum \tau_{\text{extérieures à S}} = \{0\}$$

Torseur d'actions mécaniques associées de quelques liaisons :

| Liaison | Transl. | Rot. | ddl | Représentation | Torseur d'inter effort $\{\tau_{1/2}\} =$ | Exemple | Action sur 2 |
|--|----------|----------------|-----|----------------|---|---------|--------------|
| Linéaire rectiligne d'axe (0, x) et normale (0, z) | Tx Ty | Rx Rz | 4 | | $\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M \\ Z & 0 \end{Bmatrix}_O$ | | |
| Linéaire annulaire axe (0, x) | Tx | Rx Ry Rz | 4 | | $\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y & 0 \\ Z & 0 \end{Bmatrix}_O$ | | |
| Ponctuelle direction (0, z) | Tx Ty | Rx Ry Rz | 5 | | $\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z & 0 \end{Bmatrix}_O$ | | |
| Rotule ou sphérique de centre O | 0 | Rx Ry Rz | 3 | | $\begin{Bmatrix} X & 0 \\ Y & 0 \\ Z & 0 \end{Bmatrix}_O$ | | |
| Appui plan normal suivant (0, z) | Tx Ty | Rz | 3 | | $\begin{Bmatrix} 0 & L \\ 0 & M \\ Z & 0 \end{Bmatrix}_O$ | | |

RDM :

Traction :

La formule reliant la contrainte à l'effort et la section n'est pas donnée.

Déformation longitudinale : $\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$ (sans unité)

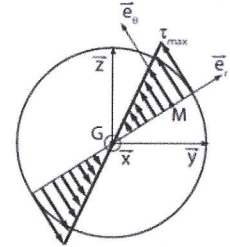
Contrainte normale /déformation : $\sigma = E \cdot \epsilon$
avec E = module de young (ou d'élasticité)

Cisaillement :

La formule reliant la contrainte à l'effort et la section n'est pas donnée.

Torsion :

Contrainte/déformation : $\tau = G \cdot \theta_x \cdot \rho$ avec $\rho =$ distance GM en mm
et $\theta_x = \frac{\Delta\theta}{L}$ angle de torsion unitaire (rad/mm)

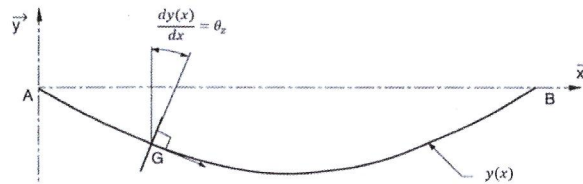


Contrainte/effort : $\tau = \rho \cdot \frac{M_t}{I_0}$ avec $\rho =$ distance GM en mm, M_t en N.mm
et I_0 moment quadratique en mm⁴

2

Remarque : la contrainte est maximale quand ρ est le plus grand.

Flexion :



Contrainte locale :

$$\sigma_{max} = \frac{v \cdot M_{fz}}{I_{Gz}}$$
 avec I_{Gz} moment quadratique par rapport à (G, \vec{z}) en mm⁴
 $v =$ distance la plus longue suivant (G, \vec{y})
 σ_{max} en MPa et M_{fz} en N.mm

Déformation :
$$y''(x) = \frac{M_{fz}}{E \cdot I_{Gz}}$$

Moments quadratiques

| Sections (S) | | | | | |
|---|-----------------------------|------------------|----------------------------|----------------------|------------------------------|
| Caractéristiques | | | | | |
| I_{Gy} | $\frac{hb^3}{12}$ | $\frac{a^4}{12}$ | $\frac{hb^3 - h'b'^3}{12}$ | $\frac{\pi d^4}{64}$ | $\frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$ |
| Flexion suivant l'axe y \rightarrow I_{Gz} | $\frac{bh^3}{12}$ | $\frac{a^4}{12}$ | $\frac{bh^3 - b'h'^3}{12}$ | $\frac{\pi d^4}{64}$ | $\frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$ |
| Torsion autour de l'axe x \rightarrow $I_0 = I_G$ | $\frac{bh}{12} (b^2 + h^2)$ | $\frac{a^4}{6}$ | $I_{Gy} + I_{Gz}$ | $\frac{\pi d^4}{32}$ | $\frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)$ |

17⁵/₂₀

NOM Prénom : PERENNOU Théo Promo./Groupe : GIN23 . gn 3

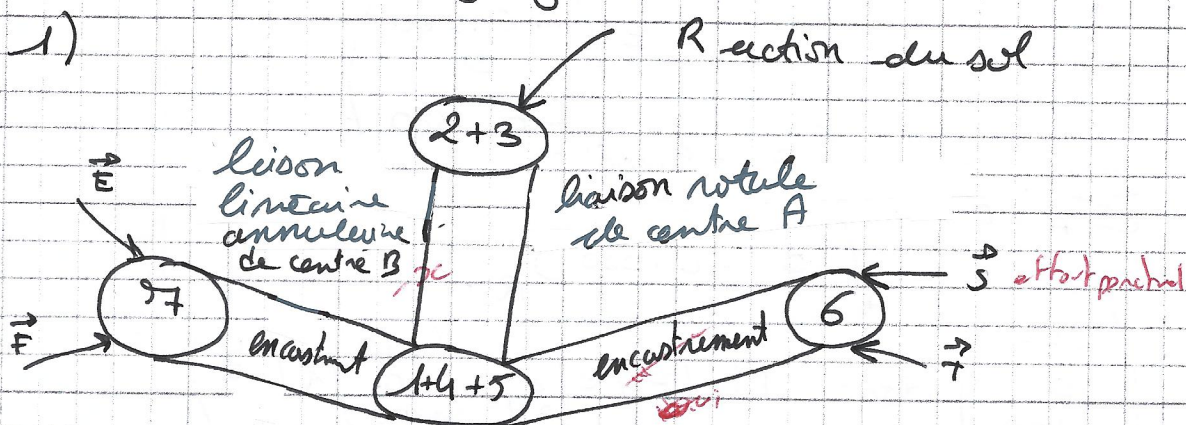


Test de : Mécanique du solide Date : 06/02/2025

Réservé au correcteur

Statique . 9⁵/₁₀

$$R = (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$$



2)

$$\vec{\Sigma}_A = \begin{Bmatrix} X_A & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{Bmatrix}_R \quad \vec{\Sigma}_F = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -F & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_R$$

$$\vec{\Sigma}_B = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_B & 0 \\ Z_B & 0 \end{Bmatrix}_R \quad \vec{\Sigma}_3 = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -S & 0 \end{Bmatrix}_R$$

$$\vec{\Sigma}_E = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -E & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_R \quad \vec{\Sigma}_7 = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -T & 0 \end{Bmatrix}_R$$

3)

On pose $M_B = M_A + \vec{BA} \wedge R$

soit $M_A = M_B + \vec{AB} \wedge R$

donc $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 320 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ donc $M_A(B) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 320 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ Y_B \\ Z_B \end{pmatrix}$

$$\vec{\Sigma}_A(B) = \begin{Bmatrix} 0 & -320Z_B \\ Y_B & 320Y_B \\ Z_B & 320Y_B \end{Bmatrix}_A = \begin{pmatrix} 0 \\ -320Z_B \\ 320Y_B \end{pmatrix}$$

$$\vec{AE} = \begin{pmatrix} 380 \\ 0 \\ 200 \end{pmatrix} \text{ donc } M_A(\vec{E}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 380 \\ 0 \\ 200 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -E \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -E \cdot 200 \\ 0 \\ -E \cdot 380 \end{pmatrix}$$

donc

$$\sum_A(\vec{E}) = \begin{Bmatrix} 0 & E \cdot 200 \\ -E & 0 \\ 0 & -E \cdot 380 \end{Bmatrix}_R$$

$$\vec{AF} = \begin{pmatrix} 380 \\ 0 \\ -200 \end{pmatrix} \text{ donc } M_A(\vec{F}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 380 \\ 0 \\ -200 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -F \\ 0 \end{pmatrix}$$

donc

$$\sum_A(\vec{F}) = \begin{Bmatrix} 0 & -F \cdot 200 \\ -F & 0 \\ 0 & -F \cdot 380 \end{Bmatrix}_R = \begin{pmatrix} -F \cdot 200 \\ 0 \\ -F \cdot 380 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AS} = \begin{pmatrix} -160 \\ -100 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ donc } M_A(\vec{S}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -160 \\ -100 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -S \end{pmatrix}$$

donc

$$\sum_A(\vec{S}) = \begin{Bmatrix} 0 & S \cdot 100 \\ 0 & -S \cdot 160 \\ -S & 0 \end{Bmatrix}_R = \begin{pmatrix} S \cdot 100 \\ -S \cdot 160 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AT} = \begin{pmatrix} -160 \\ 100 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ donc } M_A(\vec{T}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -160 \\ 100 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -T \end{pmatrix}$$

donc

$$\sum_A(\vec{T}) = \begin{Bmatrix} 0 & -T \cdot 100 \\ 0 & -160T \\ -T & 0 \end{Bmatrix}_R = \begin{pmatrix} -T \cdot 100 \\ -160T \\ 0 \end{pmatrix}$$

4) $\sum_i \vec{C}_i = \{ \vec{0} \}$ PFS.

Soit

$$\left\{ \begin{array}{l} X_A \\ Y_A + Y_B - F - E \\ Z_A + Z_B - S - T \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 200E - 200F \\ -100T + 100S \\ -320Z_B - 160S \\ -160T \\ 320Y_B - E \cdot 380 \\ -F \cdot 380 \end{array} \right. = \{ \vec{0} \}$$

donc $X_A = 0$

$200 \cdot E - 200F - 100T + 100S = 0$ ✓
cohérent.

$-320Z_B - 160S - 160T = 0$

donc $Z_B = -\frac{160}{320}(S+T)$.

et $= -400 \text{ daN.}$ ✓

$Z_A = S + T - Z_B$

donc $Z_A = 1200 \text{ daN.}$

de même

$Y_B = \frac{380}{320}(E+F) = 475 \text{ daN.}$

et

$Y_A = E + F - Y_B = -75 \text{ daN.}$

1

2

RDM 3/10

Exercice 1. 125

1) de traction. ✓

$$\begin{aligned} 2) \quad \sigma &= E \cdot \varepsilon = E \frac{\Delta L}{L_0} \\ &= 126 \text{ MPa.} \end{aligned}$$

$$3) \quad \Delta = \frac{R_e}{\sigma_{man}} \Leftrightarrow R_e = \Delta \sigma_{man} = 252 \text{ MPa.}$$

\Rightarrow acier de construction usuel non allié. non Re min = 225

$$\begin{aligned} 4) \quad \sigma &= \frac{F}{S} \Leftrightarrow F = \sigma \cdot S \\ &= \sigma \pi R^2 \\ &= \frac{\sigma}{4} \pi d^2 \\ &= 15462 \text{ N.} \end{aligned}$$

$$5) \quad \sigma = \frac{F}{S} \text{ à } F \text{ et } S \text{ fixe, } \sigma \text{ est inchangé.}$$

donc

$$\Delta L = \frac{\sigma}{E} L_0 = 8,4 \text{ mm} \gg 3 \text{ mm}$$

$$R_e(\text{Alu60}) \approx R_e(\text{Acier usuel})$$

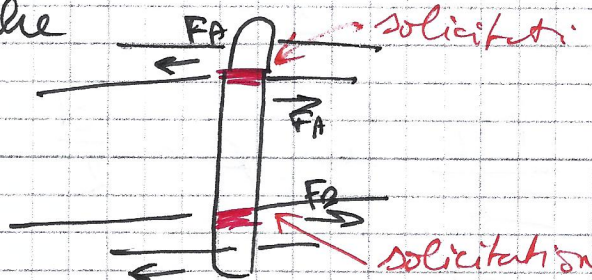
L'aluminium résiste autant que notre acier mais se déforme plus, ce qui fait l'usure. Mauvais choix.

Exercice 2

Partie A, ^{2,5}goupille.

1) σ du cisaillement.

2) Les sections sont sollicitées à la jonction entre le manchon et l'arbre



3) $R_{eg} = 0,8 \cdot R_e = 680 \text{ Mpa}$.

$$\tau = \frac{F}{S} \Leftrightarrow \frac{F}{R_{eg}} = S$$

on prend pas de sécurité

$$\frac{F}{R_{eg}} = \pi \frac{d^2}{4}$$

$$d = \sqrt{\frac{4F}{\pi R_{eg}}}$$

4) $= 1,88 \text{ mm}$.

avec $\Delta = 2$

$$d = \sqrt{\frac{8F}{\pi R_{eg}}} = 2,66 \text{ mm} \approx 3 \text{ mm}$$

Avec un coefficient de sécurité à 2 il faudrait une goupille de 3 mm de diamètre suivant la norme.

Partie B ^{2,5}

5) Le manchon est soumis à de la torsion. 0,5

6)
$$R_{py} = \frac{R_g}{\Delta} = \frac{0,5 R_e}{\Delta} = 68,75 \text{ MPa.}$$
 0,5

7)
$$\tau = \rho \frac{M_t}{I_0} \text{ ici } \rho = \frac{d}{2}$$

$$\frac{2\tau}{d} \cdot \frac{l}{M_t} = \frac{1}{I_0}$$

donc
$$I_0 = M_t \frac{d}{2\tau}$$

soit
$$I_0 = M_t \frac{d}{2 R_{py}} = 4887 \text{ mm}^4$$
 1

8)
$$\frac{\pi}{32} (D^4 - d^4) = I_0$$

donc
$$d = \sqrt[4]{D^4 - \frac{32 I_0}{\pi}}$$

$$= 27,4 \text{ mm}$$

soit
$$e = D - d = 0,58 \text{ mm.}$$

$$\approx 1 \text{ mm}$$

$$D = 28 \text{ mm} \quad , \quad e = 1 \text{ mm}$$
 0,5

Exercice 3 ^{1.25}

- 1) La poutre subit une flexion. ^{0.5}
 2)

3) $\sigma_{max} = \sqrt[1/2]{\frac{M_{flexion}}{I_{og}}}$

$$I_{og} = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$$

$$= 1796790 \text{ mm}^4$$

$$M_{flexion} = \frac{p L^2}{2} = 1774500 \text{ N.mm} \quad \text{0.25}$$

donc

$$\sigma_{max} = 12838 \text{ MPa}$$

4)

$$\Delta = \frac{R_e}{\sigma_{max}} = ?$$

5)

acier $y''(x) = \frac{M_{flexion}}{EI_{og}} = \frac{-4L^4}{8EI} = -19,8 \text{ cm}$

alu $y''(x) = -59,6 \text{ cm}$ (pas une bonne idée) ^{0.5}